(Physiologisches Laboratorium in Leyden.)

Beitrag zur Theorie des Capillar-Elektrometers.

Von

W. Einthoven.

(Mit 1 Textfigur.)

In einer Abhandlung über den Capillar-Elektrometer und die Actionsströme des Muskels behauptet Hermann[1]), dass die Resultate, welche Burch[2]) und ich[3]) bei der Untersuchung der Quecksilberbewegung im Capillar-Elektrometer erhalten haben, unmittelbar aus seiner Theorie zu folgern seien, und weil Burch und ich unsere Ergebnisse empirisch gewonnen hätten, müssten sie als „eine schöne Bestätigung" seiner Theorie betrachtet werden. Burch[4]) hat hierauf schon geantwortet.

In meiner Antwort an Hermann werde ich versuchen, mit Hülfe einiger neuer Experimente unsere Kenntnisse der Gesetze, welche die Bewegung des Quecksilbers im Capillar-Elektrometer beherrschen, einen Schritt weiter zu führen.

Bei einer früheren Gelegenheit stellte ich die Gleichung auf:

$$\frac{dy}{dT} = C(y^* - y), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

worin C eine Constante bedeutet, während y die Abweichung ist, welche der Meniscus in der Zeit T vom 0-Stand zeigt und y^* die Abweichung, welche der Meniscus zeigen würde, wenn der Potentialunterschied, der in der Zeit T zwischen den Polen des Capillar-Elektrometers vorhanden ist, ein bleibender Potentialunterschied wäre.

1) Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiol. Bd. 63 S. 440. 1896.

2) Philosoph. Transact. of the Royal Soc. London vol. 183 p. 81. 1892.

3) Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiol. Bd. 56 S. 528, 1894 und Bd. 60 S. 91, 1895.

4) Proceedings of the Royal Soc. London vol. 60 p. 329. 1896.

Um für alle Capillar-Elektrometer vergleichbare Werthe der Constante zu erhalten, werden wir in diesem Aufsatz die Zeit T stets in ganzen Secunden ausdrücken[1]), während y und y^* in willkürlichen, wenn nur beiderseitig gleichen Einheiten angegeben werden dürfen. Der Werth von C verändert offenbar nicht durch Aenderung der Einheit, worin man beiderseitig y und y^* ausdrückt.

Die Constante C ist, wie ich früher schon angab, durch die Eigenschaften des Instrumentes, insbesondere die mechanische Reibung in der Haarröhre und den Leitungswiderstand im Kreise, w bedingt, aber die genaue zwischen w und C bestehende Beziehung hatte ich bis jetzt noch nicht erwähnt; sie wird in den nachfolgenden Zeilen näher erörtert werden.

Hermann meint, dass die oben genannte Beziehung sehr einfach, und zwar dass C verkehrt proportional dem w sei. Die Gleichung, wohin seine Theorie ihn führt, bietet diesen Unterschied mit Formel (1) dar, dass er an der Stelle von C schreibt $\frac{h}{w}$, worin h eine dem Instrument eigene Constante bedeutet.

Nach Hermann müsste die Formel (1) also heissen[2]):

$$\frac{dy}{dT} = \frac{h}{w}(y^* - y).$$

Diese Formel stimmt insofern mit den Thatsachen überein, dass wirklich die Zunahme des Leitungswiderstandes der Zunahme von $\frac{1}{C}$ proportional ist, wie in einem früheren Aufsatz schon von mir erwähnt wurde und auch auf den nachfolgenden Seiten noch erörtert werden wird. Dies wird durch die Thatsache verursacht, dass die mechanische Reibung in der Haarröhre einen vollkommen ähnlichen Einfluss auf die Quecksilberbewegung ausübt wie der Leitungswiderstand im Kreise. Fälschlich zieht Hermann jedoch den Schluss, dass die Constante dem $\frac{1}{w}$ selbst proportional sei, während man aus

1) Bei früheren Berechnungen der Constante wurde die Zeit in zwanzigsteln bis fünfzigsteln Secunden ausgedrückt, je nachdem die Bewegungsgeschwindigkeit der photographischen Platte, auf welcher die Normalcurven registrirt wurden, 20—50 mm in der Secunde betrug.

2) Die Formel Hermann's lautet buchstäblich $\frac{\delta y}{\delta t} = \frac{h}{w}(kE - y)$; der Ausdruck kE ist hier identisch mit dem y^* der Formel (1).

den Thatsachen nur schliessen darf, dass sie dem $\frac{1}{a + b\,w}$ proportional ist. Mit anderen Worten: Fälschlich nimmt Hermann an, dass das Glied $a = o$.

Der Fehler seiner Formel muss dem falschen Begriff über die Wirkung des Capillar-Elektrometers zugeschrieben werden. Er vernachlässigt gänzlich den Einfluss, den die mechanische Reibung in der Haarröhre auf die Meniscusbewegung ausübt, während gerade die mechanische Reibung bei den Capillar-Elektrometern die Hauptrolle spielt. Dies ist aus dem Nachfolgenden näher ersichtlich.

Mit der Capillare *G 103* wurde, indem man plötzlich einen gleichbleibenden Potentialunterschied zwischen den Polen des Instrumentes anbrachte, eine Normalcurve geschrieben, ohne dass ein besonderer Widerstand im Kreise hinzugefügt war. Diese Curve wurde ausgemessen, und nach Formel (1) wurde der Werth der Constante, welche wir C_α nennen werden, bestimmt[1]. Nachher wurde mit demselben Instrumente eine Normalcurve geschrieben, nachdem ein Widerstand von 0,1 Megohm in den Kreis eingeschaltet worden war, und auf's Neue wurde der Werth der Constante, die jetzt C_1 heissen möge, bestimmt.

$$\frac{1}{C_\alpha} \text{ betrug } \ldots \; 0{,}0815$$

$$\frac{1}{C_1} \text{ betrug } \ldots \; 0{,}107$$

Nach Hermann's Theorie könnte man aus obenstehenden gegebenen Grössen den inneren Widerstand des Capillar-Elektrometers berechnen.

Nennen wir den inneren Widerstand im Capillar-Elektrometer w_i, den absichtlich in den Kreis gebrachten Widerstand w_u, so ist

$$w = w_i + w_u,$$

$$C_\alpha = \frac{h}{w_i}, \text{ und } C_1 = \frac{h}{w_i + w_u}.$$

Daraus lässt sich w_i herleiten, und zwar müsste

$$w_i \text{ (Hermann)} = \frac{w_u}{C_\alpha\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_\alpha}\right)} \text{ sein.}$$

---

1) Die Methode, nach welcher die Constante C aus einer Normalcurve berechnet wird, ist schon früher beschrieben worden; siehe Pflüger's Archiv a. a. O.

Fügt man für C_α, C_1 und w_u die entsprechenden Werthe ein, so erhält man

$$w_i = 0{,}320 \text{ Megohm.}$$

Nun kann w_i auch aus den Dimensionen der Capillarröhre berechnet werden, wobei hauptsächlich die Dimensionen des Schwefelsäuredrahtes in's Gewicht fallen. Die Widerstandsberechnung aus den Dimensionen ergab für w_i 0,029 Megohm, d. h. also rund 11 Mal weniger als der durch Hermann's Theorie erforderte Betrag.

Hierunter folgt eine Liste ähnlicher Berechnungen bei vier Capillar-Elektrometern.

Tabelle I.

Nummern der Capillare	W_i berechnet nach Hermann's Theorie	W_i berechnet aus den Dimensionen der Capillare
G 103	0,320 Megohm	0,029 Megohm
B 101	1,545 "	0,124 "
B 102	1,411 "	0,101 "
B 103	0,665 "	0,026 "

Wir sehen, dass man mit Hermann's Theorie zur Basis viel zu grosse Werthe für w_i bekommmt, — bei obengenannten vier Capillar-Elektrometern 11 bis rund 25 Mal grösser, als aus den Dimensionen der Instrumente berechnet werden kann[1]).

Für die Länge des Schwefelsäuredrahtes wurde bei der Berechnung eine Dimension genommen, welche beim Registriren der Curven niemals überschritten wurde, so dass die Beträge der letzten Reihe unserer Tabelle Maximumwerthe vorstellen. Die Tragweite der oben beschriebenen Ergebnisse kann man kaum anzweifeln, und dieselben sind sicher genügend, die Hermann'sche Theorie umzustürzen.

Dass die von Hermann vernachlässigte mechanische Reibung bei den meisten Capillar-Elektrometern eine Hauptrolle spielt, kann auch noch gezeigt werden durch eine Reihe ganz anderer Versuche, wobei die mechanische Reibung in der Haarröhre direct gemessen wird.

Eine Capillarröhre wird, nachdem sie zum Registriren von Normalcurven gebraucht worden ist, über ein mit Quecksilber ge-

1) Während wir uns hier mit der kurzen Erwähnung der Ergebnisse begnügen, werden die Einzelheiten der obengenannten und weiter noch zu erwähnenden Messungen und Berechnungen im Anhang mitgetheilt werden.

fülltes gläsernes Kästchen gesetzt, und zwar so, dass das Ende der Haarröhre im Quecksilber des Kästchens untergetaucht wird. Während eines kurzen Augenblickes wird die Luft in der Röhre über dem Quecksilber stark zusammengepresst, so dass letzteres in das Kästchen hineinströmt; unmittelbar darauf wird die atmosphärische Luft wieder frei in die Röhre hineingelassen. Ist einmal eine directe Quecksilberverbindung zwischen dem Lumen der Haarröhre und dem Kästchen zu Stande gekommen, so bleibt das Quecksilber durchströmend.

Die Ausflussmenge während einer gegebenen Zeit ist nach dem Gesetze von Poiseuille dem Drucke — d. h. hier dem Niveauunterschied zwischen dem Quecksilber in der Röhre und dem Quecksilber im Kästchen — proportional. Man lässt das Durchströmen einige Stunden andauern und wiegt das Kästchen vor und nach dem Versuche. Aus dem Gewichtsunterschiede q Gramm, der Durchströmungsdauer T Secunden, dem mittleren Niveauunterschied D Centimeter, lässt sich berechnen, wie viel Gramm Quecksilber unter 1 cm Druck per Secunde durch die Capillarröhre hindurchgetrieben wird.

$$G = \frac{q}{TD}.$$

Ist der Radius der Capillarröhre an der Spitze $= r$ cm, so ist die mittlere Stromgeschwindigkeit unter 1 cm Quecksilberdruck in einem nahe dem Ende gedachten Querschnitt $v_0 = \dfrac{G}{r^2 \pi s}$ cm per Sekunde; s bedeutet hierin das specifische Gewicht des Quecksilbers, während die Geschwindigkeit v_0 nur von der mechanischen Reibung in der Haarröhre abhängt.

Wir nehmen jetzt einmal an, dass bei einem Capillar-Elektrometer der elektrische Leitungswiderstand im Kreise bis zu o reducirt worden ist. In unserer Formel (1) muss dann die Constante C nur durch die mechanische Reibung in der Haarröhre bestimmt werden[1]); wir nennen sie unter dieser Annahme darum besser k, und für einen bestimmten Werth von $y^* - y = u$ kann die Formel (1) in der Form $\dfrac{du}{dT} = k u$ geschrieben werden[2]).

1) Siehe hierüber auch die frühere Abhandlung a. a. O.

2) Wir erinnern hier an die Bedeutung von y und y^* als Abweichungen vom 0-Stande des Meniscus. In der Formel (1) nannten wir als Ursache für die

Wenn man unter u die Verschiebung des Quecksilbermeniscus für 1 cm Veränderung des Quecksilberdruckes versteht, so ist $\frac{du}{dT} = v_0$, also auch

$$v_0 = ku \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; , \; . \; . \; . \quad (2)$$

Die Constante k wird, wie aus obenstehender Formel (2) ersichtlich, ganz allein durch die Grösse der Meniscusverschiebung für eine gegebene Druckänderung und die mechanische Reibung in der Haarröhre bedingt. k kann aus u und v berechnet werden [1]).

Ausserdem kann k auf ganz andere Weise berechnet werden, und zwar aus 1. den Constanten der Normalcurven, welche ohne absichtlich in den Kreis eingeschalteten Widerstand geschrieben worden sind, 2. dem inneren Widerstand des Capillar-Elektrometers selbst. Denn k stellt die Constante einer Normalcurve dar, welche durch einen widerstandslosen Capillar-Elektrometer geschrieben wäre.

Die doppelte Berechnung von k ist für zwei Capillar-Elektrometer ausgeführt worden, und die Ergebnisse findet man in untenstehender Tabelle II vereinigt.

Tabelle II.

Nummer des Capillarelektrometers.	$k = \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{1}{C_a} - p \cdot \frac{W_i}{0{,}1}}$ berechnet aus den Normalkurven und dem inneren Widerstand des Capillar-Elektrometers.	$k = \frac{v}{u}$ berechnet aus der Reibung in der Haarröhre und der Grösse der Meniscusverschiebung für eine gegebene Druckänderung.
B 102	4,59	4,95
B 103	2,92	2,78

Die Uebereinstimmung zwischen den Werthen von k, welche auf so verschiedene Weise erhalten sind, und welche jeder für sich

Abweichungen den Potentialunterschied zwischen den Polen des Capillar-Elektrometers bei constantem Drucke in der Haarröhre. Die Formel bleibt jedoch unverändert, wenn die Abweichungen des Meniscus durch eine Druckänderung in der Haarröhre erzeugt werden, während der Potentialunterschied constant bleibt.

1) Bei der Berechnung von k ist der Unterschied zwischen der Reibung der Schwefelsäure und derjenigen des Quecksilbers im unteren Ende der Haarröhre vernachlässigt worden. Wir haben angenommen, dass die Reibung im Capillar-Elektrometer ebenso gross ist wie in der ganz mit Quecksilber gefüllten Röhre. Der hierdurch erzeugte Fehler ist gering und beträgt einige wenige Procente des Endbetrages; siehe hierüber den Anhang.

besondere Messungsreihen erfordert haben, darf als sehr genügend betrachtet werden.

Nach Hermann's Theorie müsste

$$C = \frac{h}{w}, \text{ also } k = \infty \text{ sein.}$$

Betrachten wir jetzt die Formel (1)

$$\frac{dy}{dT} = C(y^* - y)$$

näher und fragen wir uns, auf welche Weise der Leitungswiderstand im Kreise den Betrag von C beeinflusst. Schon bei einer früheren Gelegenheit[1]) wurden von der Capillare *G 103* Normalcurven untersucht, welche beim Vorhandensein verschiedener, absichtlich in den Kreis eingeschalteter Widerstände geschrieben waren.

Als der Leitungswiderstand mit 0,01 Megohm vergrössert wurde, betrug die Vermehrung von $\frac{1}{C}$ 0,0025

Bei einer Vergrösserung mit 0,1 Megohm betrug die Vermehrung von $\frac{1}{C}$ 0,0255

Bei einer Vergrösserung mit 1 Megohm betrug die Vermehrung von $\frac{1}{C}$ 0,2545

Man sieht, dass die Zunahme des Betrages von $\frac{1}{C}$ der Zunahme des Kreiswiderstandes proportional ist. Und daraus folgt unmittelbar, dass

$$\frac{1}{C} = a + bw,$$

worin a und b Constanten bedeuten, welche unabhängig vom inneren Leitungswiderstand durch die Eigenschaften des Instrumentes bedingt werden.

w drückt den Leitungswiderstand des Kreises in Megohm aus.

Unsere Formel (1) wird also

$$\frac{dy}{dT} = \frac{1}{a + bw}(y^* - y) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

---

1) A. a. O. Bd. 60.

Für $w = o$ wird $\frac{1}{a + b\,w} = \frac{1}{a}$, woraus folgt, dass die Constante k dem $\frac{1}{a}$ gleich ist.

Die Constante b ist der Betrag, womit $\frac{1}{C}$ zunimmt, wenn der Kreiswiderstand mit 1 Megohm vergrössert wird.

In untenstehender Tabelle findet man für 4 Capillar-Elektrometer die Werthe von a und b angegeben.

Tabelle III.

Nummer der Capillare	a	b
G 103	0,0741	0.225
B 101	0,1599	0,1124
B 102	0,2181	0,166
B 103	0,3429	0,5365

Wir können eine bessere Einsicht in die Wirkung des Capillar-Elektrometers bekommen, wenn wir untersuchen, auf welche Weise und zu welchem Betrage die verschiedenen Formen der Energie jedes Mal in einander übergehen müssen, wenn der Meniscus einen gegebenen Weg zurücklegt. Die nachfolgende Vorstellung kommt uns dabei zu Hülfe.

Wir nehmen an, dass die ausgezogene Röhre eines Capillar-Elektrometers (siehe Fig. 1) an zwei senkrechten, mit Quecksilber gefüllten und an ihrem oberen Ende erweiterten Röhren a und b verbunden ist. Mit Hülfe der Hähne α und β kann man den Durchgang von a und von b nach der Capillarröhre abschliessen.

Die Pole des Capillar-Elektrometers sind durch den Leiter G gegenseitig verbunden. W ist ein Stöpselrheostat, $C\,Z$ ein Element und P eine Pohl'sche Wippe, welche vorläufig das Element vom Capillar-Elektrometer isolirt, so dass bei E kein Potentialunterschied vorhanden ist. Wir denken uns erst den Hahn α geöffnet und β geschlossen: 1. Stand der Hähne. Der Meniscus sei hierbei auf der Höhe m_1 im Gleichgewicht. Plötzlich wird der Stand der Hähne umgekehrt: 2. Stand der Hähne. Der Meniscus wird verschoben werden, erst geschwinder, dann langsamer und schliesslich auf m_2 in Gleichgewicht kommen. Werden jetzt die Hähne plötzlich wieder in ihren ersten Stand versetzt, so wird der Meniscus sich auch wieder nach seiner früheren Höhe m_1 zurückbegeben.

Die Arbeit, welche verrichtet ist, um den Meniscus hin und her zu bewegen, ist leicht zu berechnen. Denn die einzige endgültige Veränderung, welche der Apparat erlitten hat, besteht in dem Ueber-

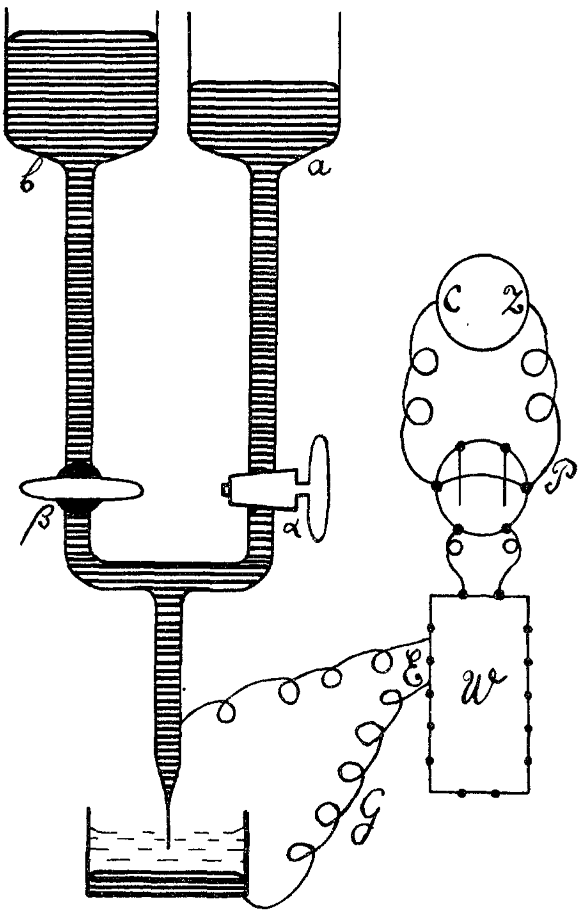

Fig. 1.

gang von Quecksilber aus b nach a. Die Menge des übergeführten Quecksilbers kann aus dem Querschnitt der Capillarröhre d, dem Abstande $m_1 - m_2$ und dem specifischen Gewichte des Quecksilbers s berechnet werden. Diese Menge ist $M = d\,s\,(m_1 - m_2)$, worin M in Grammen, d in Quadratcentimetern und m_1 und m_2 in Centimetern ausgedrückt sind. Nennen wir den Niveau-Unterschied zwischen a und b n Centimeter, so ist die Arbeit $A = n\,M$ Grammcentimeter.

Die potentielle Energie des übergeführten Quecksilbers ist gänzlich in Wärme umgewandelt worden, theilweise durch Vermittlung elektrischer Strömung, theilweise durch mechanische Reibung.

Es verdient bemerkt zu werden, dass der Betrag von A nicht durch Aenderungen im Kreiswiderstand beeinflusst wird. Nimmt der Kreiswiderstand zu, so wird die Meniscusbewegung verzögert werden; die Energie der mechanischen Reibung wird verringert, während diejenige der elektrischen Strömung gerade mit einem gleichen Betrag vermehrt wird.

Wenn der Wechsel der Hähne nur vom ersten nach dem zweiten Stand stattgefunden hat und der Meniscus von m_1 auf m_2 gebracht worden ist, ist die Energie der producirten Wärme $= {}^1/_2\,A$; denn die Quecksilberbewegung in der Haarröhre — d. h. die Ursache der mechanischen Reibung und der elektrischen Strömung — ist beim Rückgang des Meniscus von m_2 nach m_1 — abgesehen von der Richtung — in allen Phasen vollkommen gleich der Bewegung bei der ursprünglichen Verschiebung von m_1 nach m_2.

Es muss also bei der ersten Umkehrung der Hähne eine Menge Energie nicht in Wärme umgewandelt, sondern in der Form elastischer Spannung in dem Meniscus angehäuft worden sein. Der Meniscus gibt erst beim Rückgang vom m_2 nach m_1 seine Energie wieder ab.

Nach der ersten Umdrehung der Hähne ist die Menge des Quecksilbers im oberen Ende der Röhre b mit M Gramm verringert und an der Spitze der Haarröhre mit einem gleichen Betrage vermehrt; die Energieverringerung der Quecksilbermasse im Apparate beträgt demzufolge

$$(H + n)\ M \text{ Grammcentimeter.}$$

Hiervon bedeutet H den in Centimentern ausgedrückten Höhenunterschied zwischen dem Meniscus und dem Niveau in der Röhre a. Die totale Energievermehrung, welche durch die erste Umdrehung der Hähne in dem Meniscus erzeugt wird, muss also berechnet werden als

$$a = (H + n)\ M - {}^1/_2\,A = (H + {}^1/_2\,n)\ M \text{ Grammcentimeter.}$$

Beim Rückgang von m_2 nach m_1 wird eine Menge Energie $= HM$ Grammcentimeter vom Meniscus nach der Quecksilbermasse des Apparates zurückgeführt. Der übrige Theil der Energie $\frac{1}{2} n M = \frac{1}{2} A$ wird in Wärme umgewandelt.

Eine ähnliche Beweisführung trifft zu, wenn man den Meniscus verschiebt, indem man plötzlich einen gleichbleibenden Potentialunterschied zwischen den Polen des Capillar-Elektrometers anbringt, während der Druck in der Haarröhre unverändert bleibt.

Bringt man einen Potentialunterschied E durch Schliessung der Wippe (siehe Fig. 1) an, so wird zeitweilig ein Strom im Kreise G erzeugt werden. Die Arbeit des Stromes wird $Q = E \Sigma i \, d T$ Joules betragen, wenn E, i und T wie gewöhnlich resp. in Volts, Ampères und Secunden ausgedrückt sind.

$\frac{1}{2} Q$ wird dabei in Wärme umgewandelt, während $\frac{1}{2} Q$ in dem Meniscus wie in einem Condensator in der Form einer elektrischen Ladung angehäuft wird. Die totale Energievermehrung, welche durch das Anbringen des Potentialunterschiedes in dem Meniscus erzeugt wird, ist

$$q = (H + m) M - \tfrac{1}{2} Q = (H + \tfrac{1}{2} m) M,$$

worin m den Druckunterschied in Centimetern Quecksilber bedeutet, wodurch ein eben so grosser Ausschlag erzielt wird wie durch den Potentialunterschied E. HM ist in der Form elastischer Spannung, der übrige Theil: $\frac{1}{2} m M = \frac{1}{2} Q$ in der Form einer elektrischen Ladung dem Meniscus hinzugefügt. Nimmt man bei übrigens unverändertem Kreise den angebrachten Potentialunterschied weg — durch Oeffnung der Wippe —, so kehrt der Meniscus nach seiner ursprünglichen Stelle zurück und gibt dabei das Uebermaass seiner Energie wieder ab. HM kommt der Quecksilbermasse des Apparates zu Gute, während $\frac{1}{2} m M = \frac{1}{2} Q$ wieder theilweise durch mechanische Reibung, theilweise durch elektrische Stömung in Wärme umgewandelt wird. Der Betrag von $\Sigma i \, d T$ muss bei diesem Rückgang dem $\Sigma i \, d T$ bei der ursprünglichen Verschiebung gleich sein.

Dies konnte experimentell leicht controlirt werden. Die Versuche, welche wir mit einem empfindlichen Thomson-Galvanometer mit grossem Widerstande anstellten, bestätigten das Obenstehende vollkommen. Das Instrument wurde uns von Herrn Prof. Kamerlingh Onnes zur Benutzung freundlichst überlassen und als ballistischer Galvanometer verwendet.

Die theoretischen Anforderungen, dass der Betrag des Stromintegrals dem angebrachten Potentialunterschied proportional zunimmt, und dass er durch Aenderungen im Kreiswiderstande nicht beeinflusst wird, konnten wir praktisch nicht scharf nachweisen, weil die Schwingungsdauer des Galvanometers zu kurz war. Die Dauer einer Meniscusverschiebung machte bei einigen Capillar-Elektrometern einen bedeutenden Theil einer Galvanometerschwingung aus [1]).

Doch sind die Ergebnisse der Galvanometeruntersuchung nicht unbefriedigend zu nennen, wie die Angaben der Capillare *B 102* in den untenstehenden Tabellen IV und V zeigen können.

Tabelle IV.

Potentialunterschied.	Mittlerer Ausschlag beim plötzlichen Anbringen des Pot.-unterschiedes.	Mittlerer Ausschlag beim plötzlichen Aufheben des Pot.-unterschiedes.	Für 1 Millivolt berechneter mittlerer Ausschlag, e_1.
40 Millivolt	10,5 mm	10,6 mm	0,264 mm
100 "	28,5 "	28,5 "	0,284 "

Tabelle V.

Besonders in den Kreis eingeschaltete Widerstände	Mittlerer Galvanometerausschlag bei der Verwendung eines selben Pot.-unterschiedes
0,006 Megohm	35,5 mm
0,4 "	34 "
1 "	31,5 "

Die Reihen 2, 3 und 4 der Tabelle IV geben die Mittelwerthe an, welche aus Wahrnehmungen erhalten sind, wobei der positive Pol mit dem Quecksilber, der negative mit der Schwefelsäure verbunden wurde und umgekehrt. Die Ausschläge bei diesen beiden Verbindungsweisen stimmten in der Regel, namentlich bei der Verwendung grösserer Potentialunterschiede, nicht mit einander überein. Von der letzten Reihe verdient bemerkt zu werden, dass bei allen darauf untersuchten Capillar-Elektrometern die für 1 Millivolt berechneten Ausschläge bei wachsenden Potentialunterschieden erst ein wenig zunahmen, dann ein Maximum erreichten, um nachher abzunehmen.

1) Eine Abanderung in der Aufstellung des Galvanometers, um die Schwingungsdauer zu verlängern, stiess auf Schwierigkeiten. Die Dämpfung wurde bald zu gross.

Wegen der obenerwähnten relativ zu kurzen Schwingungsdauer des Galvanometers wird der Maximalwerth von e_t für die Arbeitsberechnung wahrscheinlich wohl die genaueste sein, wesshalb wir dabei denn auch nur vom Maximum Gebrauch machen werden.

Die Werthe in Reihe 2 der Tabelle V sind nur bei Verbindung des positiven Poles mit dem Quecksilber, des negativen mit der Schwefelsäure erhalten. Sie stellen die Mittelwerthe der Wahrnehmungen dar, welche beim plötzlichen Anbringen und plötzlichen Aufheben eines Potentialunterschiedes gemacht worden sind.

Für drei Capillar-Elektrometer habe ich die Arbeit berechnet, welche benöthigt war, den Meniscus unter dem Einflusse eines Potentialunterschiedes $E = 1$ Millivolt auf und ab zu bewegen.

Die Rechnung fand jedes Mal auf zwei verschiedene Weisen statt: 1. auf mechanischem Wege, aus dem für die Verschiebung benöthigten Druckunterschiede und den Dimensionen der Capillare; 2. auf elektrischem Wege aus den Galvanometerausschlägen (siehe Tabelle VI).

Tabelle VI.

Nummer der Capillare	Aus den Dimensionen des Capillar-Elektrometers und den Manometerablesungen berechnete Arbeit		Aus dem Galvanometerausschlage berechnete Arbeit in Joules.
	in Grammcentimeter	in Joules	
B 101	$1{,}282 \times 10^{-9}$	$1{,}258 \times 10^{-13}$	$1{,}405 \times 10^{-13}$
B 102	$2{,}209 \times 10^{-9}$	$2{,}162 \times 10^{-13}$	$2{,}137 \times 10^{-13}$
B 103	$8{,}05 \times 10^{-9}$	$7{,}9 \times 10^{-13}$	$6{,}16 \times 10^{-13}$

Die Uebereinstimmung zwischen den Werthen der Reihen 3 u. 4 der obenstehenden Tabelle VI ist, obwohl nicht besonders schön, doch befriedigend zu nennen, wenn man die Serien verschiedener Messungen in Betracht zieht, welche zur Erzielung der Endbeträge nöthig gewesen sind.

Zum Schluss fragen wir uns, welcher Theil der Arbeit für die Beseitigung der mechanischen Reibung, welcher Theil für die elektrische Strömung erfordert wird.

Nennen wir die totale Wärmeproduction während des Aus- und Rückschlages des Meniscus, welche verursacht wird, indem ein ge-

gebener Potentialunterschied angebracht und wieder aufgehoben wird, A, die Wärmeproduction durch die mechanische Reibung A_1, diejenige durch elektrische Strömung A_2, so ist

$$A = A_1 + A_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Nennen wir die Anfangsgeschwindigkeit des Meniscus beim Anbringen des gegebenen Potentialunterschiedes V_0, so ist

$$V_0 = \frac{d y_0}{d T}.$$

Die Formel (3) lautet

$$\frac{dy}{dT} = \frac{1}{a + bw}(y^* - y);$$

für $y = o$ wird sie $V_0 = \dfrac{d y_0}{d T} = \dfrac{1}{a + b w} \cdot y^*$.

A_1 muss proportional sein dem V_0, also auch, — bei einem gegebenen Werth von y^*, — dem $\dfrac{1}{a + b w}$. Wir schreiben desshalb

$$A_1 = \zeta \cdot \frac{1}{a + b w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

worin ζ eine Constante bedeutet.

Für $w = o$ wird die Wärmeproduction durch mechanische Reibung gleich der totalen Arbeit. Diese letztere bleibt stets für jeden Betrag von w unverändert, so dass wir schreiben können

$$A = \zeta \cdot \frac{1}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Aus den Formeln (5) und (6) folgt, dass

$$\frac{A_1}{A} = \frac{a}{a + b w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

und aus (6) und (7) folgt

$$\frac{A_2}{A} = \frac{b w}{a + b w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

In der untenstehenden Tabelle findet man für einige Capillar-Elektrometer, welche im geschlossenen Kreise ohne absichtlich eingeschalteten Widerstand untersucht wurden, die in Procenten von A ausgedrückten Werthe von A_1 und A_2.

Tabelle VII.

Nummer der Capillarröhre	$100 \times \frac{A_1}{A}$	$100 \times \frac{A_2}{A}$
G 103	91	9
B 101	92	8
B 102	93	7
B 103	96	4

Den Herren H. W. Blöte und H. K. de Haas sei für ihre ausgezeichnete Hülfe bei der Ausführung der Versuche mein verbindlicher Dank gebracht.

Anhang.

I. Durchströmungsversuche.

1. Die Reibung in der Capillarröhre wurde gemessen, während dieselbe ganz mit Quecksilber gefüllt war. Bei der Benutzung der Röhre als Capillar-Elektrometer ist sie jedoch theilweise mit Schwefelsäure gefüllt, und es ergibt sich die Frage, inwiefern durch diesen Umstand die Reibung beeinflusst wird.

Eine nähere Betrachtung der Reibungscoefficienten des Quecksilbers und einer Schwefelsäurelösung kann uns zeigen, dass die gemessene Reibung nicht bedeutend von derjenigen abweichen kann, welche sich während der Registrirung der Curven geltend machte. Nehmen wir die Capillare *B 103* als Beispiel.

Der Schwefelsäuredraht in der Capillarröhre war während des Schreibens der Curven höchstens 0,3 mm lang; nehmen wir eine mittlere Länge an von $l_1 = 0{,}2$ mm. Ueber eine von der Spitze an gemessene Länge $l_1 + l_2 = 0{,}6$ mm war der Durchmesser der Röhre nahezu unverändert, so dass wir annehmen dürfen, dass, wenn die ganze Röhre mit Quecksilber gefüllt wäre, die Reibung in $l_2 + l_1$ drei Mal grösser wäre als in l_1. Am Ende des auf l_2 folgenden Stückes $l_3 = 2{,}85$ mm hatte der Durchmesser nur noch 11 % zugenommen.

Nehmen wir an, dass die Reibung umgekehrt proportional der vierten Potenz des Durchmessers zunimmt und dass der Durchmesser selbst erst langsam, dann geschwinder wächst, so kann berechnet werden, dass die Reibung in l_3 mindestens 3,7 Mal grösser sein muss als in $l_2 + l_1$.

Unter der Annahme, dass die ganze Röhre mit Quecksilber gefüllt ist, ist also die Reibung in $l_3 + l_2 + l_1$ mindestens 11 Mal grösser als in l_1 allein. Das Verhältniss der Reibung in der ganzen Röhre zur Reibung in l_1 ist sicher noch grösser.

2. Durch Interpolation der Zahlen aus den Tabellen von Landolt und Börnstein lässt sich berechnen, dass der Reibungscoëfficient einer 4,9 %oigen Schwefelsäurelösung bei 20° 1,0824 Mal grösser ist als der Reibungscoëfficient des Wassers bei derselben Temperatur.

Der Reibungscoëfficient η für 4,9 % Schwefelsäure bei 20° = 0,0110; der Reibungscoëfficient für Quecksilber bei 20° = 0,0157.

Die Reibungscoëfficiente von Quecksilber und Schwefelsäurelösung verhalten sich also unter unseren Bedingungen wie 100 : 70,2.

Nach Obenstehendem wird bei der Berechnung der Reibung der Fehler, welcher durch die Vernachlässigung des Schwefelsäuredrahtes entsteht, ad maximum

$$\frac{100-70.2}{11} = 2,7\ \%.$$

II. Galvanometer.

Der Reductionsfactor ist $K = \frac{i}{e} = 4,98 \times 10^{-10}$, worin i die Stromstärke in Ampères und e den Ausschlag in Millimetern bedeutet.

Das Dämpfungsverhältniss ist

$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \text{ u. s. w.} = 2,23,$$

worin α_1, α_2 u. s. w. die nach einander folgenden Ausschläge bei einer Schwingung um eine Gleichgewichtslage bedeuten.

Die Schwingungsdauer (einer halben Schwingung) ist $T = 3,5$ Secunde.

Der Stromintegral ist $\Sigma\, i\, d\, T = K \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \varLambda^2}} k^{\frac{1}{\pi} \cdot arc\, tg \frac{\pi}{\varLambda}} \cdot e_1 =$ $7,5 \times 10^{-10}$. e_1 Ampèresecunden, worin $\varLambda = \log$ nat. k und e_1 den Ausschlag in Millimetern bedeutet.

III. Die Capillare *G 103*.

1. Die Eigenheiten dieses Capillar-Elektrometers und die mit dem Instrumente verrichteten Messungen sind in einer früheren Ab-

handlung schon ausführlich beschrieben worden[1]). Der Werth C kommt jedoch in jener Abhandlung nicht vor und muss also hier aus den früher gegebenen Grössen hergeleitet werden.

Die Zeit t war in Zwanzigsteln einer Secunde ausgedrückt worden, und für $\frac{dy}{dt}$ konnte in der Normalcurve $\frac{50}{S}$ geschrieben werden, so dass $\frac{dy}{dT} = \frac{1000}{S}$. Weiter ist $y^* - y = \eta$.

Fügt man in die Formel (1) $\frac{dy}{dT} = C(y^* - y)$ die Werthe von $\frac{dy}{dT}$ und von $y^* - y$ ein, so bekommt man $C = \frac{1000}{\eta s}$.

Die Beträge von ηs waren für Curven,

1.	welche mit einem absichtlich in den Kreis gebrachten Widerstand = 2 Ohm geschrieben	81,5
2.	mit einem Widerstande = 0,01 Megohm	84
3.	„ „ „ = 0,1 „	107
4.	„ „ „ = 1 „	336.

Hieraus lässt sich berechnen, dass die Werthe von C betragen

$$\frac{1}{C_\alpha} = 0{,}0815,\ \frac{1}{C_\beta} = 0{,}084,\ \frac{1}{C_\gamma} = 0{,}107,\ \frac{1}{C_\delta} = 0{,}336$$

oder

$$C_\alpha = 12{,}28,\ C_\beta = 11{,}91,\ C_\gamma = 9{,}35,\ C_\delta = 2{,}98$$

$p = \frac{1}{C_\gamma} - \frac{1}{C_\alpha} = 0{,}0255$. w_i (Hermann) $= \frac{1}{C_\alpha} \cdot \frac{0{,}1}{p} = 0{,}320$ Megohm.

2. Für die Berechnung der Werthe a und b aus der Formel $\frac{1}{C} = a + b\,w$ hat in unserem speciellen Fall die Formel $\frac{1}{C_\alpha} = a + bw_i$ Geltung.

$w_i = 0{,}029$ Megohm, $a = \frac{1}{C_\alpha} - p\,\frac{w_i}{0{,}1} = 0{,}0741$, $b = 10\,p = 0{,}255$.

IV. Die Capillare *B 101*.

1. Als Mittelwerthe von 4 Messungen an einer Normalcurve, welche während einer nach dem Quecksilber hin gerichteten Be-

1) A. a. O. Bd. 60.

wegung geschrieben wurde und 4 Messungen an einer anderen Normalcurve, welche während einer nach der Schwefelsäure hin gerichteten Bewegung geschrieben wurde, fanden wir $\frac{1}{C_\alpha} = \frac{434,4}{2500} = 0,1738$, $C_\alpha = 5,76$.

Es war kein besonderer Widerstand in den Kreis eingeschaltet. Nachdem ein besonderer inductionsloser Widerstand = 0,4354 Megohm eingeschaltet worden war, wurde als Mittelwerth von 8 neuen Messungen $\frac{1}{C_\beta} = \frac{562}{2500} = 0,2248$, $C_\beta = 4,46$ gefunden.

Diese Messungen waren wieder an Normalcurven angestellt worden, welche in zwei verschiedenen Richtungen geschrieben waren.

Schliesslich wurde ganz den früheren Angaben entsprechend, aber jetzt mit einem absichtlich in den Kreis eingeschalteten inductionslosen Widerstand = 1,08 Megohm im Durchschnitt gefunden $\frac{1}{C_\gamma} = \frac{725}{2500} = 0,2900$, $C_\gamma = 3,45$.

2. Aus $\frac{1}{C_\alpha}$, $\frac{1}{C_\beta}$ und dem eingeschalteten Widerstand = 0,4354 Megohm lässt sich berechnen, dass die Zunahme von $\frac{1}{C}$ durch Hinzufügung von 0,1 Megohm beträgt $p_1 = \frac{\left(\frac{1}{C_\beta} - \frac{1}{C_\alpha}\right) \times 0,1}{0,4354} = 0,0117$.

Aus $\frac{1}{C_\alpha}$, $\frac{1}{C_\gamma}$ und dem Widerstande = 1,08 Megohm lässt sich auf ähnliche Weise die durch 0,1 Megohm bedingte Zunahme von $\frac{1}{C}$ berechnen. Nach dieser zweiten Rechnung beträgt die Zunahme $p_2 =$ 0,01076.

Im Durchschnitt beträgt also die Zunahme für 0,1 Megohm $p = \frac{p_1 + p_2}{2} = 0,01124$.

Nach Hermann wäre $w_i = \frac{w_u}{C_\alpha\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_\alpha}\right)}$, in unserem Fall also w_i (Hermann) $= \frac{1}{C_\alpha} \cdot \frac{0,1}{p}$, woraus w_i berechnet werden würde als 1,545 Megohm.

3. Das Lumen der Capillarröhre wurde mit Hülfe eines Mikroskopes gemessen. Jeder Scalentheil des Ocularmikrometers entsprach

einem Werthe $= 3,28\ \mu$ vom Zeiss'schen Objectivmikrometer. Die Messung fand statt, während die Haarröhre sich in der Schwefelsäurelösung befand, so dass der Einfluss der Strahlbrechung nicht sehr gross sein konnte. Bei sehr dicker Wand der Capillarröhre könnte der Durchmesser ad maximum $\frac{n_2}{n_1}$ zu gross ausfallen, wenn n_2 und n_1 die Brechungsexponenten des Glases und der Schwefelsäurelösung darstellen. $n_2 = 1,53$ und $n_1 = 1,33$. Der Radius könnte dann ad maximum $\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \times 100 = 15\ \%$ zu gross berechnet sein, was für den Querschnitt einen Maximumfehler von $32\ \%$ ausmacht. Bei sehr dünner Wand nähert sich der Fehler dem o. Die Wände der von mir gebrauchten Capillar-Elektrometer waren ziemlich dünn, und ich schätze die Abweichung, welche durch die Vernachlässigung der Strahlbrechung erzeugt wird, auf nur einige wenige Procente der erhaltenen Endbeträge. In keinem Fall kann dadurch die Tragweite meiner Ergebnisse beeinflusst werden, z. B. in Bezug auf die Theorie Hermann's, welche ja zu 25 Mal grösseren Werthen führt, als aus den Dimensionen des Capillar-Elekrometers berechnet werden können.

Der Durchmesser bei der Spitze der Haarröhre betrug 4 Ocular-Scalentheile $= 13,12\ \mu$ und blieb über eine Länge von mehr als 0,5 mm nahezu unverändert. Weil die Meniscusbewegung nur nahe an der capillaren Spitze, nicht weiter als 0,3 mm vom unteren Ende an, untersucht wurde, dürfen wir bei der Widerstandsbestimmung aus den Dimensionen der Capillarröhre annehmen, dass der Schwefelsäuredraht cylindrisch ist.

$$\text{Länge } l = 3 \times 10^{-2} \text{ cm}$$
$$\text{Radius } r = 6,56 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

Die Länge des Schwefelsäuredrahtes ändert sich natürlich während der Meniscusverschiebung, wodurch eine genaue Widerstandsbestimmung auf Schwierigkeiten stösst. Für kleine Ausschläge ist die Längenverminderung jedoch gering, und weil wir uns mit der Bestimmung eines Maximumwiderstandes begnügen, werden wir l unveränderlich $= 0,03$ cm annehmen, einen Betrag, der beim Schreiben der Curven niemals überschritten wurde.

Dieser Werth für l hat auch Geltung für die Capillaren *B 102* und *B 103*.

Nach Kohlrausch[1]) beträgt der Widerstand eines 5procentigen Schwefelsäuredrahtes für 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt $\frac{10 \times 1{,}063}{195}$ Megohm. Wir verwendeten für die Capillare *B 101*, *B 102* und *B 103* eine 4,9 % Schwefelsäurelösung. Für sehr kleine Unterschiede dürfen die Widerstände wohl verkehrt proportional den Lösungsconcentrationen angenommen werden, so dass man für den Widerstand unseres Schwefelsäuredrahtes $w_i = 10^{-4} \times \frac{l}{r^2 \pi} \times \frac{10 \times 1{,}063}{195} \times \frac{5}{4{,}9}$ Megohm bekommt, worin l und r in Centimetern ausgedrückt bleiben. Nennt man

$$10^{-4} \times \frac{l}{\pi} \times \frac{10 \times 1{,}063}{195} \times \frac{5}{4{,}9} = f,$$

so ist $f = 5{,}32 \times 10^{-8}$ und

$$w_i = \frac{1}{r^2} \cdot f = 0{,}1236 \text{ Megohm.}$$

Weil der specifische Widerstand der von uns benutzten Schwefelsäurelösung rund 50000 Mal grösser ist als der specifische Widerstand des Quecksilbers, dürfen wir den totalen Widerstand im Capillar-Elektrometer ohne nennenswerthen Fehler dem Widerstande des 0,3 mm langen Schwefelsäuredrahtes gleichsetzen.

4. Berechnung der Constanten a und b.

Die im Allgemeinen geltende Formel

$$\frac{1}{C} = a + b\,w$$

kann in unserem besonderen Fall geschrieben werden in der Form

$$\frac{1}{C_\alpha} = a + b\,w_i,$$

während $a = \frac{1}{C_\alpha} - p \cdot \frac{w_i}{0{,}1}$ ist.

Trägt man die Werthe für C_α, p und w_i ein, so findet man

$$a = 0{,}1599 \text{ und } b = 10\,p = 0{,}1124.$$

5. Arbeitsberechnung für einen Aus- und Rückschlag des Meniscus unter dem Einflusse eines angebrachten und aufgehobenen Potentialunterschiedes $E = 1$ Millivolt siehe Fig. 1.

---

1) Leitfaden der praktischen Physik S. 482. 1896.

aa) Aus Druck- und Volumenmessungen. Mit der Druckvorrichtung des Capillar-Elektrometers war ein Quecksilbermanometer verbunden, auf welchem mit Hülfe eines Fernrohrs und einer in Millimeter eingetheilten Scala der Druck bis auf Zehntelmillimeter genau abgelesen werden konnte.

Eine Druckänderung im Manometer zum Betrage von 7 mm erzeugte eine Meniscusverschiebung von 4,25 Scalentheilen. Bei derselben schwachen Vergrösserung war 1 Scalentheil $= 30{,}15\ \mu$. 40 Millivolt erzeugten eine Meniscusverschiebung von 15 Scalentheilen. Daraus lässt sich berechnen, dass 1 Millivolt eine Meniscusverschiebung von $h = 1{,}13 \times 10^{-3}$ cm verursachte, welche auch durch eine Aenderung des Manometerdruckes $d = 6{,}18 \times 10^{-2}$ cm erzeugt werden konnte.

Das Volum des verschobenen Quecksilbers ist $V = h \times r^2\,\pi = 1{,}525 \times 10^{-9}$ ccm.

Wenn s das specifische Gewicht des Quecksilbers vorstellt, ist die unter dem Einflusse von 1 Millivolt bei einem Aus- und Rückschlag verrichtete Arbeit

$$A = d \times V \times s = 1{,}282 \times 10^{-9} \text{ gcm.}$$

Rechnet man 1 gcm $= \frac{10^{-4}}{1{,}02}$ Joules, so ist auch $A = 1{,}258 \times 10^{-13}$ Joules.

bb) Mit dem ballistischen Galvanometer. Wenn $E = 0{,}001$ Volt und $e_1 = 0{,}1875$ mm ist, ist $A = E \times 7{,}5 \times 10^{-10} \times e_1 = 1{,}405 \times 10^{-13}$ Joules.

V. Die Capillare *B 102*.

1. Die Buchstaben, welche bei der Berechnung der Capillare *B 102* und *B 103* benutzt werden, haben dieselbe Bedeutung wie diejenigen, welche schon bei der Röhre *B 101* verwendet worden sind. Für eine nähere Auseinandersetzung der untenstehenden Angaben weisen wir also auf die vorangehenden Seiten hin.

Als Mittelwerth von 12 Messungen bei 4 Normalcurven wurde gefunden $\frac{1}{C_\alpha} = \frac{587}{2500} = 0{,}2348$, also $C_\alpha = 4{,}27$.

Als Mittelwerth von 8 Messungen bei 4 Curven mit einem besonders in den Kreis eingeschalteten Widerstande von 0,4354 Megohm $\frac{1}{C_\beta} = \frac{762}{2500} = 0{,}3048$, also $C_\beta = 3{,}285$.

Als Mittelwerth von 6 Messungen bei 3 Curven mit einem Widerstande von 1,08 Megohm $\frac{1}{C_\gamma} = \frac{1051}{2500} = 0{,}4204$, also $C_\gamma = 2{,}375$.

2.

$$\begin{array}{r} p_1 = 0{,}0161 \\ p_2 = 0{,}0171 \\ \hline \text{im Mittel } p = 0{,}0166 \end{array}$$

$$w_i \text{ (Hermann)} = \frac{1}{C_\alpha} \times \frac{0{,}1}{p} = 1{,}411 \text{ Megohm.}$$

3. Dimensionen der Capillarröhre und Widerstandsberechnung aus den Dimensionen. Der Durchmesser der capillaren Spitze blieb bis zu einem Abstande von rund 0,5 mm vom unteren Ende nahezu unverändert. Er wurde

mit Zeiss' Apochr. 4, Oc. 2 gemessen zu	14,76 μ
mit Zeiss' Wasserimmersion 2,5 Oc. 2 „ „	14,98 μ
im Durchschnitt	14,87 μ

Der Querschnitt der Spitze war unrund; die in zwei senkrecht zu einander stehenden Richtungen gemessenen Durchmesser verhielten sich wie $1 : \frac{43}{45}$. Zur Berechnung des Querschnitts ist darum der mittlere Durchmesser $\frac{44}{45} \times 14{,}87 = 14{,}53\ \mu$ benutzt.

$$r = 7{,}265 \times 10^{-4} \text{ cm.}$$

$$w_i = \frac{1}{r^2} \times f = 0{,}1008 \text{ Megohm.}$$

4. Berechnung der Constanten *a* und *b*.

$$a = \frac{1}{C_\alpha} - p \times \frac{w_i}{0{,}1} = 0{,}2181$$

$$b = 10\,p = 0{,}166.$$

5. Arbeitsberechnung für einen unter dem Einfluss von 1 Millivolt verrichteten Aus- und Rückschlag.

aa) Aus den Dimensionen der Capillarröhre und den Manometerablesungen.

1 Millivolt erzeugte eine Meniscusverschiebung von $h = 1{,}54 \times 10^{-3}$ cm, welche auch durch eine Aenderung im Manometerdruck $d = 6{,}375 \times 10^{-2}$ cm hervorgerufen werden konnte.

Das Volum des verschobenen Quecksilbers ist $V = h \times r^2 \pi = 2{,}548 \times 10^{-9}$ *cc*.

Die Arbeit $A = d\ V s = 2{,}209 \times 10^{-9}$ gcm oder auch $A = 2{,}162 \times 10^{-13}$ Joules.

bb) Arbeitsberechnung mit dem ballistischen Galvanometer.

$$E = 0{,}001 \text{ Volt}, \ e_1 = 0{,}285 \text{ mm und}$$

$$A = E \times 7{,}5 \times 10^{-10} \times e_1 = 2{,}137 \text{ Joules.}$$

6. Durchströmungsversuche.

Bei einem ersten Versuche war die Durchströmungsdauer $T = 7200$ Secunden. Während dieser Zeit war die Temperatur im Durchschnitt $22^0{,}4$; das Gewicht des durchgeströmten Quecksilbers betrug $q = 0{,}17285$ g.

Der Druck war beim Anfang des Versuches 8,895 cm Hg.
" Ende " " 8,840 " "
im Durchschnitt $D = 8{,}8675$ cm Hg.

$$G_1 = \frac{q}{T D} = 2{,}71 \times 10^{-6} \text{ g.}$$

Bei einem zweiten Versuche war die mittlere Temperatur $22^0{,}25$, $T = 16\,304$ Secunden, $q = 0{,}38211$ g.

D beim Anfang des Versuchs $= 8{,}82$ cm
" " Ende " " $= 8{,}70$ cm
D im Durchschnitt $= 8{,}76$ cm

$$\text{also } G_2 = \frac{q}{T D} = 2{,}665 \times 10^{-6} \text{ g}$$

$$G = \frac{G_1 + G_2}{2} = 2{,}69 \times 10^{-6} \text{ g.}$$

Die Stromgeschwindigkeit in der Capillarröhre unter 1 cm Quecksilberdruck ist

$$v = \frac{G}{r^2 \pi s} = 0{,}1195 \text{ cm per Secunde.}$$

Durch 1 cm Druckänderung wird eine Meniscusverschiebung hervorgerufen zum Betrage von $u = 2{,}42\ 10^{-2}$ cm.

$$k = \frac{v}{u} = 4{,}95.$$

VI. Die Capillare *B 103*.

1. Als Mittelwerth von 20 Messungen bei 4 Normalcurven, welche ohne absichtlich in den Kreis eingeschalteten Widerstand geschrieben waren, fanden wir

$$\frac{1}{C_\alpha} = \frac{892}{2500} = 0{,}3568, \text{ also } C_\alpha = 2{,}805.$$

Als Mittelwerth von 10 Messungen bei 2 Curven mit einem in den Kreis eingeschalteten inductionslosen Widerstand $= 0{,}4354$ Megohm wurde gefunden

$$\frac{1}{C_\beta} = \frac{1445}{2500} = 0{,}5780, \text{ also } C_\beta = 1{,}731.$$

Als Mittelwerth von 8 Messungen bei 2 Curven mit einem inductionslosen Widerstande $= 1{,}08$ Megohm wurde gefunden

$$\frac{1}{C_\gamma} = \frac{2418}{2500} = 0{,}9672, \text{ also } C_\gamma = 1{,}035.$$

2)

$$p_1 = 0{,}0508$$
$$p_2 = 0{,}0565$$

im Durchschnitt $p = 0{,}05365$

$$w_i \text{ (Hermann)} = \frac{1}{C_\alpha} \times \frac{0{,}1}{p} = 0{,}665 \text{ Megohm.}$$

3. Widerstandsberechnung.

Die Spitze, welche über eine ziemlich grosse Länge ungefähr dieselben Dimensionen behielt, hatte einen Radius $r = 1{,}4442 \times 10^{-3}$ cm

$$w_i = \frac{1}{r^2} \times f = 0{,}026 \text{ Megohm.}$$

4. Berechnung der Constanten a und b.

$$a = \frac{1}{C_\alpha} - p \times \frac{w_i}{0{,}1} = 0{,}3429$$
$$b = 10\,p = 0{,}5365.$$

5. Arbeitsberechnung für einen unter dem Einfluss von 1 Millivolt verrichteten Aus- und Rückschlag des Meniscus.

aa) Aus den Dimensionen der Capillarröhre und den Manometerablenkungen.

1 Millivolt rief eine Meniscusverschiebung hervor von $h = 2{,}832 \times 10^{-3}$ cm, welche auch durch eine Druckänderung $d = 3{,}193 \times 10^{-2}$ cm erzeugt werden konnte.

Das Volum des verschobenen Quecksilbers ist $V = h \times r^2 \pi = 1{,}854 \times 10^{-8}$ cc,

Die Arbeit $A = d\,Vs = 8{,}05 \times 10^{-9}$ gcm, oder auch $A = 7{,}9 \times 10^{-13}$ Joules.

bb) Arbeitsberechnung mit Hülfe des ballististischen Galvanometers.

$$E = 0{,}001 \text{ Volt}, \quad e_1 = 0{,}822 \text{ mm}$$

$$A = E \times 7{,}5 \times 10^{-10} \times e_1 = 6{,}16 \text{ Joules}.$$

6. Durchströmungsversuche.

Bei einem Versuche war die Durchströmungsdauer $T = 8850$ Secunden bei einer mittleren Temperatur von $20^0{,}9$. Das Gewicht des durchgeströmten Quecksilbers betrug $q = 1{,}6786$ g.

Der Druck war beim Anfange des Versuches 8,79 cm Hg.
" " " " Ende " " 8,37 " "
im Durchschnitt D = 8,58 cm Hg.

$$G_1 = \frac{q}{T\,D} = 2{,}21 \times 10^{-5} \text{ g}.$$

Bei einem anderen Versuche war die mittlere Temperatur $19^0{,}5$, $T = 5670$ Secunden und $q = 1{,}0462$ g.

D beim Anfang des Versuches = 8,58 cm Hg.
" " Ende " " = 8,34 " "
D im Durchschnitt = 8,46 cm Hg.

$$G_2 = \frac{q}{T\,D} = 2{,}185 \times 10^{-5} \text{ g}$$

$$G = \frac{G_1 + G_2}{2} = 2{,}197 \times 10^{-5} \text{ g}.$$

Die Stromgeschwindigkeit in der Capillarröhre unter 1 cm Quecksilberdruck ist

$$v = \frac{G}{r^2\,\pi\,s} = 0{,}2465 \text{ cm per Secunde}.$$

$$u = 8{,}875 \times 10^{-2} \text{ cm und } k = \frac{v}{u} = 2{,}78.$$